

物理学 I-1 (75 点)

図1のような鉛直面内で振動する2重振り子の運動を考える．この鉛直面内の水平方向に x 軸をとり，鉛直方向上向きに y 軸をとる．原点 O からつるした長さ l_1 の糸の先端に取り付けた○を質量 m_1 の質点1，長さ l_2 の糸の先端に取り付けた●を質量 m_2 の質点2とする．重力加速度を g とし，それぞれの糸が鉛直方向となす角を α_1 および α_2 とし，いずれの糸もたるまないものとする．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1) $y = 0$ の位置を基準として，質点1, 2の運動エネルギーの和 T_m とポテンシャルエネルギーの和 U_m を求めよ．
- (2) 微小振動 ($|\alpha_i| \ll 1$, $i = 1, 2$) の場合に，ラグランジアン L_m を求めよ．ただし， $\cos \alpha_i \approx 1 - \frac{1}{2}\alpha_i^2$, $\sin \alpha_i \approx \alpha_i$, $\dot{\alpha}_i \dot{\alpha}_j \cos(\alpha_i - \alpha_j) \approx \dot{\alpha}_i \dot{\alpha}_j$, $\dot{\alpha}_i \dot{\alpha}_j \sin(\alpha_i - \alpha_j) \approx 0$ を用いよ．
- (3) (2) で求めた L_m を用いて， α_1, α_2 それぞれに関するラグランジュ方程式を書け．
- (4) (3) のラグランジュ方程式を解き，基準振動の2つの固有角振動数 ω_+ , ω_- を求めよ．

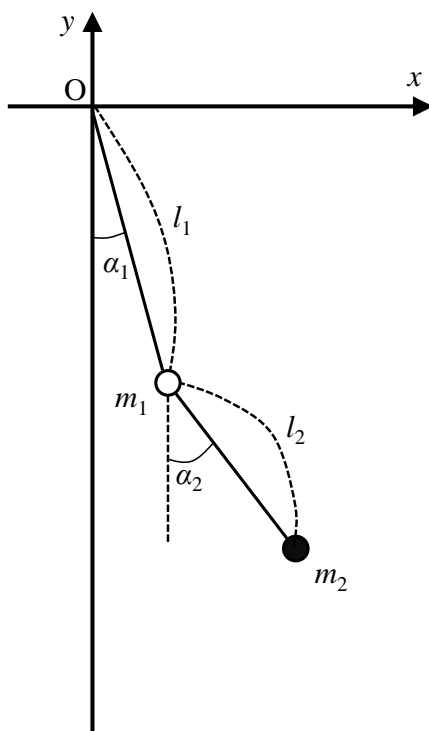


図1

図2のように、原点 O からつるした長さ l_1 の糸の先端に、ダンベル型の質量 M の剛体の左端を固定し、図1と同様に鉛直面内 (xy 面内) を振動させることを考える。ただし、糸はたるまないものとし、糸につながれた左端から距離 h の位置に剛体の重心 $G(x, y)$ があるものとする。剛体の質量分布は一様とは限らないものとし、この剛体の両端に大部分の質量が集中している場合に、図1に示した2重振り子の運動との対応を考える。

- (5) 重心 $G(x, y)$ の周りの剛体の慣性モーメントを $I = (\gamma - 1) M h^2$ とする ($\gamma > 1$)。微小振動 ($|\alpha_i| \ll 1$, $i = 1, 2$) の場合に、(2) と同様の近似式を用いて、剛体のラグランジアン L_G を求めよ。
- (6) $L_m = L_G$ が成り立つとき、 h を l_2 を用いて表せ。
- (7) $\gamma = 2$ かつ $l_1 = l_2$ のとき、(4) で求めた ω_+ , ω_- に対応する各基準振動を用いて、剛体の運動を議論せよ。

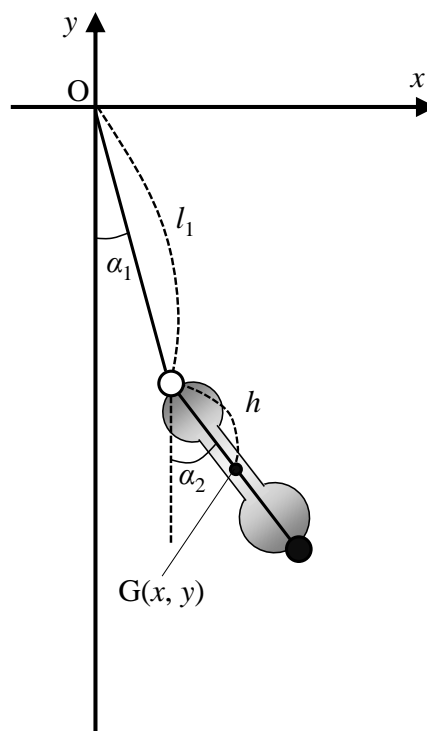


図2

物理学 I-2 (75 点)

誘電体球に生じる分極の様子について順を追って考える．真空の誘電率を ε_0 として以下の問いに答えよ．

図 1 のように半径 a の球内に電荷 $Q(> 0)$ が一様に分布している状態を考える．

- (1) 球の中心からの位置 r に生じる電場について球の内部 \mathbf{E}_{in} と外部 \mathbf{E}_{out} それぞれの大きさを場合分けして求めよ．また， r に関する依存性についてグラフを描け．

図 2 のように距離 d だけ離れた 2 点 A, B にそれぞれ， $+q(> 0)$ ， $-q$ の点電荷が置かれている．また AB の中点を原点とし，C 点の位置を極座標 (r, θ, φ) を用いて表す．極座標における以下の式を用いて良い．

$$\nabla = \mathbf{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (\mathbf{e}_{r,\theta,\varphi} \text{ は極座標の基底ベクトル})$$

- (2) 点 C における静電ポテンシャル ϕ を， r ， θ の関数として求めよ．
- (3) 点 C が d の大きさに対して十分遠くであり $r \gg d$ とみなせるとき，2 つの電荷は電気双極子として考えることができ，その双極子モーメントの大きさは $p = qd$ である．このとき，双極子のポテンシャル ϕ_d を p ， r ， θ の関数として求めよ．ただし，以下の近似を用いて良い．

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x, \quad (|x| \ll 1)$$

- (4) 電場と静電ポテンシャルの関係式を用いて点 C における電場の r ， θ 方向の各成分 E_r ， E_θ を求めよ．

図 3 のように，真空中の一様電場 \mathbf{E}_0 の中に，比誘電率 ε_r の誘電体球が置かれている．このとき，球の内部には電場によって誘起される誘電分極 \mathbf{P} が一様に生じ，この \mathbf{P} から発生する電場は球の中心から僅かに $(\pm \frac{\delta \mathbf{x}}{2})$ 偏った正の電荷と負の電荷によるそれぞれの電場の重ね合わせとして計算することが可能である (図 4)．球内に均一に分布したこれらの電荷の電荷密度を $\pm \rho$ とすると，分極は $\mathbf{P} = \rho \delta \mathbf{x}$ と書くことができる．

- (5) (1) の結果を元にして，このときの球の内部の電場 \mathbf{E}_{in} を \mathbf{E}_0 ， \mathbf{P} を用いて表せ．

一方で，誘電体球内に生じる分極 \mathbf{P} は，内部の電場 \mathbf{E}_{in} によって生じると考えることができ， $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}_{\text{in}}$ の関係式が成り立つ．ここで比例係数 $\chi (= \varepsilon_r - 1)$ を電気感受率と呼ぶ．

- (6) 分極 \mathbf{P} を電場 \mathbf{E}_0 と比誘電率 ε_r で表せ．

- (7) 球の外部の電場 \mathbf{E}_{out} を求めよ．

- (8) 誘電体球の内外に分極 \mathbf{P} のみが発生させる電場の様子を図示せよ。ただし、 \mathbf{E}_0 に平行で球の中心を通る断面における電場を、向きがわかるように電気力線で表すこと。また、誘電体内に発生する分極の向きも併せて描くこと。

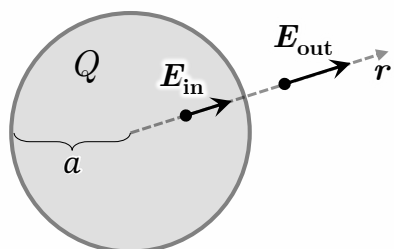


図1

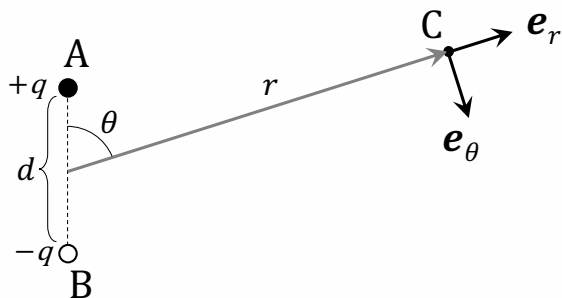


図2

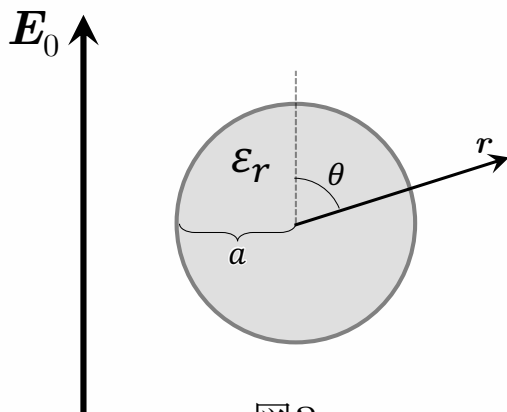


図3

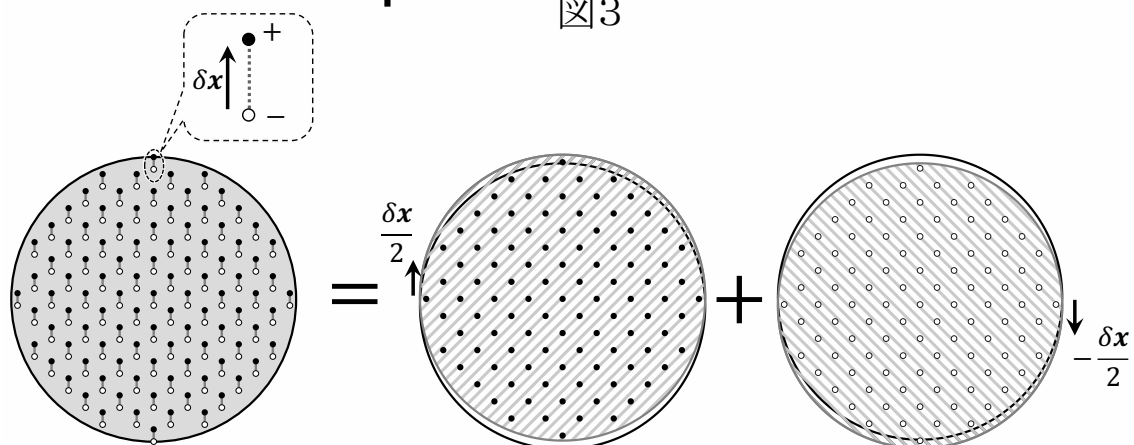


図4

物理学 II-1 (75 点)

荷電粒子の波動関数 $\Psi(t, x, y, z)$ に磁場が及ぼす影響を議論するため、右図のような状況を考える． $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ として z 方向の磁場 \mathbf{B} が

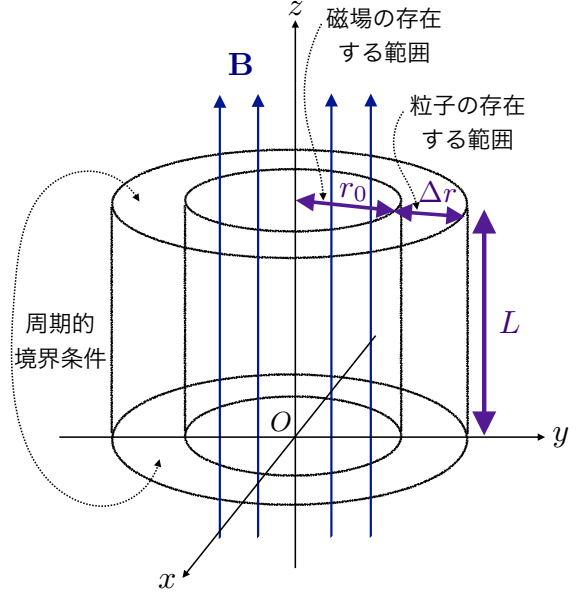
$$\mathbf{B} = \begin{cases} (0, 0, B) & (0 \leq r < r_0), \\ (0, 0, 0) & (r_0 \leq r) \end{cases} \quad (1)$$

のように存在する．質量 M ，電荷 q を持つ粒子が $r_0 \leq r \leq r_0 + \Delta r$ の領域に拘束されており， $r < r_0$ および $r_0 + \Delta r < r$ の領域では $\Psi = 0$ である． z 方向には $z = 0$ と $z = L$ で周期的境界条件を課し，簡単のため $\partial_z \Psi = 0$ とする（ただし $\partial_z \Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial z}$ ）．

粒子のエネルギー固有値，エネルギー固有状態を考える．ハミルトニアンは $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ を満たすベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いて

$$\hat{H} = \frac{1}{2M}(\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2$$

で与えられる．定常状態に対する Schrödinger 方程式は波動関数を $\Psi = e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi(x, y, z)$ と置いて $\hat{H}\psi = E\psi$ となる．



- (1) 位置表示では $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ となることを用いて

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2M} \left[\nabla^2 \psi - \frac{2iq}{\hbar} \mathbf{A} \cdot \nabla \psi - \frac{iq}{\hbar} (\nabla \cdot \mathbf{A}) \psi - \frac{q^2}{\hbar^2} |\mathbf{A}|^2 \psi \right]$$

となることを示せ．

- (2) 式 (1) の磁場を与えるベクトルポテンシャルは，

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \frac{B}{2}(-y, x, 0) & (0 \leq r < r_0), \\ \frac{B}{2} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 (-y, x, 0) & (r_0 \leq r) \end{cases}$$

と書ける (\mathbf{A} は $r = r_0$ で連続である)．この \mathbf{A} に対して $\nabla \times \mathbf{A}$ を計算し，確かに式 (1) の磁場と一致することを示せ．

- (3) 領域 $r_0 \leq r$ において $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ を示せ．

- (4) 上で確かめたベクトルポテンシャルの式を代入し，領域 $r_0 \leq r \leq r_0 + \Delta r$ において

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2M} \left[(\partial_x^2 + \partial_y^2) \psi - \frac{iqBr_0^2}{\hbar r^2} (-y\partial_x + x\partial_y) \psi - \frac{q^2 B^2 r_0^4}{4\hbar^2 r^2} \psi \right]$$

となることを示せ．

- (5) 円筒座標 (r, ϕ) を $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$ によって導入する.

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2M} \left[\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \psi) + \frac{\partial_\phi^2 \psi}{r^2} - \frac{iqBr_0^2}{\hbar r^2} \partial_\phi \psi - \frac{q^2 B^2 r_0^4}{4\hbar^2 r^2} \psi \right]$$

となることを示せ. ただし, 円筒座標におけるラプラス演算子が

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r \psi) + \frac{\partial_\phi^2 \psi}{r^2} + \partial_z^2 \psi$$

となることは既知として用いてよい.

- (6) $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ として $\psi(r, \phi) = R(r)e^{im\phi}$ とすると変数分離ができる. 定常状態に対する Schrödinger 方程式 $\hat{H}\psi = E\psi$ が $R(r)$ に対する方程式

$$R'' + \frac{R'}{r} - \left(m - \frac{qBr_0^2}{2\hbar} \right)^2 \frac{R}{r^2} = -\frac{2ME}{\hbar^2} R$$

に帰着することを示せ. ただし $R' = \frac{dR}{dr}$ である.

- (7) $R(r)$ の $r = r_0$ および $r = r_0 + \Delta r$ における境界条件を書け.

- (8) $R(r)$ に対する方程式は Bessel 関数という特殊関数を使わないと正確には解けないので, ここでは近似的に解くことを考えよう. $\Delta r \ll r_0$ が成り立つとき, 波動関数は狭い領域中で変化するので, $R'' \gg \frac{R'}{r} \gg \frac{R}{r^2}$ となる. そこで $\frac{R'}{r}$ を無視する. 一方で $\frac{R}{r^2}$ の項は係数 $\left(m - \frac{qBr_0^2}{2\hbar} \right)^2$ が大きい可能性も考えて残すことにする. さらに領域 $r_0 \leq r \leq r_0 + \Delta r$ 中での r の変化は小さいので $r \approx r_0$ と近似する. すると方程式は

$$R'' = - \left[\frac{2ME}{\hbar^2} - \frac{1}{r_0^2} \left(m - \frac{qBr_0^2}{2\hbar} \right)^2 \right] R$$

となる. これを (7) の境界条件を満たすように解き, エネルギー固有値が $n = 1, 2, \dots$ として

$$E_{nm} = \frac{\hbar^2}{2M} \left[\frac{1}{r_0^2} \left(m - \frac{qBr_0^2}{2\hbar} \right)^2 + \frac{n^2 \pi^2}{(\Delta r)^2} \right]$$

となることを示せ.

- (9) エネルギー固有値 E_{nm} に対応する固有関数 ψ_{nm} を規格化因子も含めて求めよ. ただし, 規格化に必要な体積積分の際に, 微小体積要素を $r dr d\phi dz \approx r_0 dr d\phi dz$ と近似してよい.
- (10) 今回の問題設定では, 粒子が動ける領域 $r_0 \leq r \leq r_0 + \Delta r$ では $\mathbf{B} = (0, 0, 0)$ であるにも関わらず, 固有エネルギーは B に依存する. これは粒子の動ける範囲の外にある磁場から影響を受けることを意味し, 古典電磁気学では考えられない現象である. なぜ量子力学ではこのようなことが起こるのか, 考察して説明せよ.

物理学 II-2 (75 点)

強磁性イジング模型の相転移を考える．結晶の各原子は2つの状態をとるスピンをもち， i 番目のスピンの状態は ± 1 の値をとる変数 s_i で指定される．系のエネルギーは

$$H = -J \sum_{(i,j)} s_i s_j \quad (1)$$

で与えられるとする．ここで， $J > 0$ であり， $\sum_{(i,j)}$ は全ての隣接スピンの組についての和を表す．スピンの総数を N ，1つのスピンの隣接するスピンの数 (配位数) を z とする．

(1) ひとつのスピン s_i に注目し，式①の s_i が関係する部分だけを取り出すと，

$$H_i = -J s_i \sum_j^{(i)} s_j. \quad (2)$$

ここで， j についての和はスピン s_i の隣接スピンについての和を表す．各 s_j を平均値 m におきかえることができるとすれば，

$$H_i = -z J m s_i \quad (3)$$

となり，スピン s_i は強さが m に比例する磁場の中にあるとみなすことができる．スピン s_i のエネルギーが式③で与えられるとして，温度 T の熱平衡状態における平均値 $\langle s_i \rangle$ を計算せよ．さらに，スピンの間に区別はないので，平均値 $\langle s_i \rangle$ は式③で仮定した平均値 m に等しくなければならないとして， $m = \langle s_i \rangle$ とおくことにより，次の m に対する方程式を導け．

$$m = \tanh \left(\frac{zJ}{k_B T} m \right). \quad (4)$$

ここで， k_B はボルツマン定数，

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (5)$$

である．

以下の問に対する解答に必要であれば， $|x| \ll 1$ のとき $\tanh x \simeq x - \frac{x^3}{3}$ であることを用いてよい．

(2) (1) の近似では，系の全エネルギーは

$$E(m) = -\frac{1}{2} N z J m^2 \quad (6)$$

となることを示せ．

(3) N 個のスピンの平均値が m ，すなわち $\frac{1}{N} \sum_i s_i = m$ である微視的状态の数 $W(m)$ を求め， $S(m) = k_B \log W(m)$ で与えられる系のエントロピー $S(m)$ に対する表式

$$S(m) = \frac{1}{2} N k_B [2 \log 2 - (1+m) \log(1+m) - (1-m) \log(1-m)] \quad (7)$$

を導け．

(4) 自由エネルギー $F(m) = E(m) - TS(m)$ が極値をとるための条件から, m に対する方程式④を導け.

(5) $T_c = \frac{zJ}{k_B}$ とし, $x = \frac{T_c}{T}m$ とおくと, 方程式④は x についての方程式

$$\frac{T}{T_c}x = \tanh x \quad (8)$$

に書き換えられる. そして, 方程式⑧の解は2つの関数のグラフ $y = \frac{T}{T_c}x$ と $y = \tanh x$ の交点の x の値である. これら2つの関数のグラフを描き, 方程式⑧の解は, $T > T_c$ のとき $x = 0$ のみであり, $T < T_c$ のときには $x = 0$ の解に加えて $x = \pm x_0$ ($x_0 > 0$) と表される2つの解が現れることを説明せよ.

(6) 熱平衡状態における m の値は, 自由エネルギー $F(m) = E(m) - TS(m)$ を最小にする m の値として決まる. $T > T_c$ の熱平衡状態においては $m = 0$, $T < T_c$ の熱平衡状態においては $|m| = m_0 \equiv \frac{T}{T_c}x_0$ ($\neq 0$) であることを示せ.

以上のことから, ここで用いた近似 (平均場近似) においては, 転移温度 T_c を境目にして, 系は高温側の無秩序相 ($m = 0$) から低温側の秩序相 ($m \neq 0$) へと相転移することが分った. 秩序の程度を表す量 m は, 秩序パラメータと呼ばれる. 以下では, 秩序パラメータ m の温度依存性, 特に絶対零度での極限值と転移点近傍の振る舞いを調べてみよう.

(7) 絶対零度の極限 ($T \rightarrow 0$) での m_0 の極限值を求めよ.

(8) 転移点近傍 ($|T - T_c| \ll T_c$, ただし $T \leq T_c$) では, $m_0 \simeq x_0 \ll 1$ であることを考慮して,

$$m_0 \simeq \sqrt{\frac{3(T_c - T)}{T_c}} \quad (9)$$

であることを示せ.

問題 (50 点)

- (1) アインシュタインが残した以下の文を和訳せよ.
- i) Imagination is more important than knowledge.
 - ii) I am convinced that He does not play dice.
 - iii) Not everything that can be counted counts, and not everything that counts can be counted.
- (2) カッコの中の単語を用いて、次の文を英訳せよ.
- i) それらは両方とも同じ方向に回転する. (in)
 - ii) ウランは鉛より体積密度が2倍高い. (uranium, lead)
 - iii) $\cos x$ の不定積分は $\sin x + c$ である. ここで c は積分定数である. (indefinite)
 - iv) 彼は、炭素が太陽系の中で4番目に多い元素であることを知っていた. (abundant)
- (3) 以下に示す物理の法則や用語を1～2文程度の英語で説明せよ.
- i) Hooke's law
 - ii) specific heat
 - iii) atomic number

(4) 次の英文中の空欄に入るもっとも適した語をそれぞれの選択肢から選べ。

- i) Energy is the capacity to do work. Energy can exist in many forms and can be 1 from one form to another. It is convenient to consider the mechanical energy of a body as consisting of two parts. The first depends on the 2 of the body and is called 3 energy. The second part depends on the velocity of the body and is called 4 energy.

選 択 肢： position, momentum, force, electrostatic, kinetic, potential, transformed, transmitted, transparent

- ii) The electrification or charging of a body may be explored with simple equipment. If a glass rod is brought close to a second glass rod suspended horizontally by a thread, no interaction is apparent. The gravitational force is far too small to produce any visible attraction between the rods. If, however, each rod is first rubbed on silk, then the rod held in the hand can be observed to 5 the suspended glass rod, twisting its supporting thread. Similar observations can be made with rubber rods stroked on fur. But if an electrified rubber rod is brought close to the suspended electrified glass rod, a mutual 6 is observed.

* fur : 毛皮. * mutual : 互いの, 相互の.

選 択 肢： attract, attraction, repel, repulsion, balance

出典：White, Manning, and Weber, “Basic Physics” (McGraw-Hill 1968).

- (5) 次の文章は The Nobel Prize in Physics 2021 “They found hidden patterns in the climate and in other complex phenomena” から的一部抜粋である。以下の設問に答えよ。

While Arrhenius had focused on radiation balance, in the 1960s Manabe led work on ^①the development of physical models to incorporate the vertical transport of air masses due to convection, as well as the latent heat of water vapour. To make these calculations manageable, he chose to reduce the model to one dimension — a vertical column, 40 kilometres up into the atmosphere. Even so, it took hundreds of valuable computing hours to test the model by varying the levels of

gases in the atmosphere. Oxygen and nitrogen had negligible effects on surface temperature, while carbon dioxide had a clear impact: when the level of carbon dioxide doubled, global temperature increased by over 2 °C. The model confirmed that this heating really was due to the increase in carbon dioxide, because it predicted rising temperatures closer to the ground while the upper atmosphere got colder. If variations in solar radiation were responsible for the increase in temperature instead, the entire atmosphere should have been heating at the same time.

As we all know, making reliable predictions about the weather for more than the next ten days is a challenge. Two hundred years ago, the renowned French scientist, Pierre-Simon de Laplace, stated that if we just knew the position and speed of all the particles in the universe, it should be possible to both calculate what has happened and what will happen in our world. In principle, this should be true; ② Newton's three-century old laws of motion, which also describe air transport in the atmosphere, are entirely deterministic — they are not governed by chance. However, nothing could be more wrong when it comes to the weather. This is partly because, in practice, it is impossible to be precise enough — to state the air temperature, pressure, humidity or wind conditions for every point in the atmosphere. Also, the equations are nonlinear; small deviations in initial values can make a weather system evolve in entirely different ways. Based on the question of whether a butterfly flapping its wings in Brazil could cause a tornado in Texas, the phenomenon was named the butterfly effect. In practice, this means that it is impossible to produce long-term weather forecasts.

* convection : 対流. * renowned : 有名な, 高名な.

設問

- i) 下線部 ① に成功した理由を 1 ～ 2 行の日本語で書け.
- ii) 下線部 ① の結果解明されたことを 1 ～ 2 行の日本語で書け.
- iii) 下線部 ② を日本語に訳せ.
- iv) 下線部 ② のように述べている理由を 1 ～ 2 行の日本語で書け.

出典: The Nobel Prize in Physics 2021 “They found hidden patterns in the climate and in other complex phenomena”, The Royal Swedish Academy of Sciences.

- (6) 以下の3つの記事 (A, B, C) はいずれも吊り橋に関する Wikipedia の記事 (一部改変) である。それぞれの事故の物理的要因を、それぞれの違いがわかるように日本語で説明せよ。ただし, sway は「揺れ」である。

—— 記事 A ——

ブロートン (Broughton) とペンデルトン (Pendleton) の間にかかる吊り橋

On 12 April 1831, the 60th Rifle Corps carried out an exercise on Kersal Moor. As a detachment of 74 men returned to barracks in Salford by way of the bridge, the soldiers, who were marching four abreast, felt it begin to vibrate in time with their footsteps. Finding the vibration amusing, some of them started to whistle a marching tune, and to humor it by the manner in which they stepped, causing the bridge to vibrate even more. The head of the column had almost reached the Pendleton side when they heard “a sound resembling an irregular discharge of firearms”. Immediately, one of the iron columns supporting the suspension chains on the Broughton side of the river fell towards the bridge, carrying with it a large stone from the pier to which it had been bolted. The corner of the bridge, no longer supported, then fell 4.9 or 5.5 m into the river, throwing about forty of the soldiers into the water or against the chains. The bridge collapsed, reportedly due to mechanical resonance induced by troops marching in step.

* the 60th Rifle Corps : 第60ライフル兵団. * four abreast : 4人1列になって.
* amusing : 面白いということ.

タコマ海峡 (Tacoma Narrows) にかかる吊り橋

The first Tacoma Narrows Bridge opened to traffic on July 1, 1940. Its main span collapsed into the Tacoma Narrows four months later on November 7, 1940, at 11:00 a.m. possibly as a result of aeroelastic flutter caused by a 68 km/h wind. The bridge collapse had lasting effects on science and engineering. In many undergraduate physics texts, the event is presented as an example of elementary forced resonance, with the wind providing an external periodic frequency that matched the natural structural frequency, the cause is still debated by engineers today. A contributing factor was its solid sides which did not allow wind to pass through the bridge's deck. Thus, its design allowed the bridge to catch the wind and sway, which ultimately took it down. It was the first suspension bridge to utilize these solid I-beams as a form of support for the road deck, as other bridges would incorporate trusses in their designs in order to catch the wind. Its failure also boosted research in the field of bridge aerodynamics and aeroelastic fields which have influenced the designs of all the world's great long-span bridges built since 1940.

* aeroelastic flutter : 空力弾性フラッタ, 空気による力・弾性・慣性荷重のために発生する振動のこと. * I-beams : I型をした梁 (図 1 (左) 参照). * truss : トラス構造 (図 1 (右) 参照).

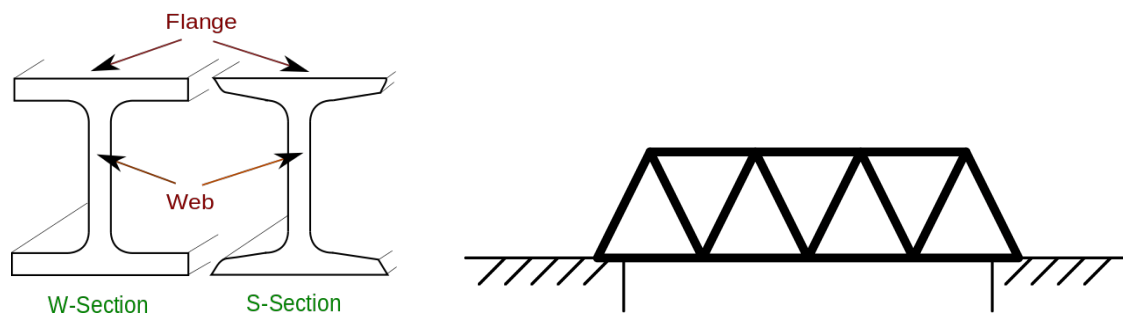


図 1 : (左) I-beams の断面 (Wikipedia より), (右) truss 構造の橋の模式図.

ロンドン・ミレニアム橋 (London Millennium Bridge)

The bridge opened on 10 June 2000, one month late. Unexpected lateral vibration due to resonant structural response caused the bridge to be closed on 12 June for modifications. Attempts had been made to limit the number of people crossing the bridge, which led to long queues but were ineffective to dampen the vibrations. The vibration was attributed to a then-underresearched phenomenon whereby pedestrians crossing a bridge that has a lateral sway have an unconscious tendency to match their footsteps to the sway, exacerbating it. This is different from the well-understood problem of vertical sway, which is why troops stop marching in stride together as a unit when crossing such a bridge. The bridge's movements were caused by a positive feedback phenomenon, known as synchronous lateral excitation. The natural sway motion of people walking caused small sideways oscillations in the bridge, which in turn caused people on the bridge to sway in step, increasing the amplitude of the bridge oscillations and continually reinforcing the effect; the maximum sway was around 70 millimeters. On the day of opening, the bridge was crossed by 90,000 people, with up to 2,000 on the bridge at a time.

* then-underresearched phenomenon : 当時理解されていなかった現象.

* reinforce : 強化する.