

国際学会PME 47での発表：証明の読み方の文脈と習熟度による違い

大阪公立大学大学院現代システム科学研究科博士後期課程 小黒拓郎

2024年7月17–21日にNew Zealandで開催されたPsychology of Mathematics Education Conference (PME 47)に参加し、口頭発表を行いました。この学会には、旅費などで「リゾーム」からもご支援をいただき、自己負担額を大きく抑えて参加することができました。今回のポスター発表では、学会で発表したスライドの一部を紹介し、博士後期課程での研究内容を報告します。

University Students' Reading of Mathematical Proofs Varies by Context and Proficiency Level

Takuo Oguro, Masahiko Okamoto, and Mitsuru Kawazoe
Osaka Metropolitan University
19th July 2024

Purpose and Design

- Participants
 - 48 university students in Japan excluding graduate students majoring in mathematics.
 - Their proficiency levels were measured.
- Contexts
 - Comprehension
 - Validation
 - Modeling ← our new contextPractice trial for each context
- Purpose
 - To determine whether there are differences in the process of reading proofs depending on context and student proficiency level

Proof reading tasks

定理, n を任意の正の整数とする。 n^2 が3で割り切れるならば n は3で割り切れる。
Theorem. Let n be any positive integer. If n^2 is divisible by 3, then n is divisible by 3.

証明, n^2 は3で割り切れるが, n は3で割り切れないと仮定する。
Proof. Assume that n^2 is divisible by 3, but n is not divisible by 3.

このとき, n を3で割った余りは1か2である。
In this case, the remainder when n is divided by 3 is either 1 or 2.

余りが1のとき, $n = 3q + 1$ (q は非負の整数) と表せるので,
When the remainder is 1, it can be expressed as $n = 3q + 1$ (q is a non-negative integer), so

$$n^2 = (3q + 1)^2 = 9q^2 + 6q + 1 = 3(3q^2 + 2q) + 1.$$

これは, n^2 が3で割り切れるという仮定と矛盾する。
This contradicts the assumption that n^2 is divisible by 3.

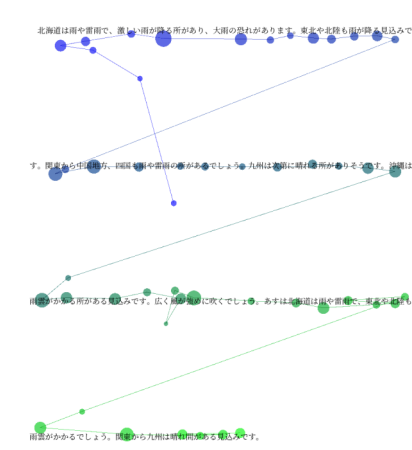
私は心理学が専門ですが、これは私の所属する現代システム科学研究科の指導教員である心理学の岡本真彦先生と、「リゾーム」の副指導教員として受け入れてくださった数学の川添充先生との共同研究でした。

この研究では、アイトラッカーを使って証明を読んでいるときの目の動きを記録し、証明が得意な学生とそうでない学生の間や、comprehension, validation, modellingという異なる課題が与えられた場合のプロセスの違いを分析しました。

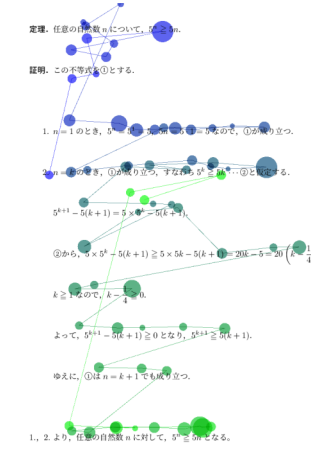
これが実験で実際に使用した証明です。参加者は、使用されている証明方法を判断すること (comprehension)、証明の妥当性を判断すること (validation)、読んだ証明と同様の証明を書くこと (modelling) を目標に証明を読みました。

Fixation Data

Non-mathematical text



Mathematical proof



これは得られたデータを可視化したものです。目を一点に固定して対象を詳しく見る「凝視」と、ある対象から次の対象へと目を高速で動かす「サッケード」というプロセスを連続的に行いながら、文章中の情報を取り込み、処理します。

Differences in reading process by contexts

- Differences in the reading process by contexts were observed when participants were given a practice trial to reinforce their sense of purpose.
 - In particular, in **comprehension**, differences in reading strategy from other contexts were significant.
 - Students adjusted their reading strategies according to context.
 - In **modelling**, a high cognitive load was observed during reading.
 - Modelling requires cognitive functions of attention and retention simultaneously.

先行研究では否定的な結果が示されていましたが、今回の研究では、文脈によって読む過程が著しく異なることが確認されました。この結果は、課題を与えることで証明を読むプロセスを変化させる学習法の可能性を示唆しています。

Differences in reading process by proficiency

- In **modelling**
 - Significant differences in pupil dilation by proficiency level
 - Cognitive load was higher for students with lower proficiency levels
 - Compared to other contexts, students with lower proficiency took longer to read.
- Possibly due to
 - Cognitive functions (e.g., working memory)
 - Familiarity with modelling

特に、modelling中、証明が苦手な学生には著しい瞳孔拡張が観察されました。これは、証明読解における認知負荷や没頭度が高いことを示しています。この結果は、証明が苦手な生徒に対する模範学習の有効性を支持するものです。